Subiectul I Test grilă, complement simplu (3p x 10 itemi=30 puncte)

Barem grilă

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	**c**	**a**	**a**	**d**	**c**	**d**	**a**	**d**	**b**

Subiectul II Probleme (30 puncte)

Problema 1 Un Pământ înclinat ... altfel (10 puncte)

Un sistem planetar a evoluat extrem de asemănător cu sistemul Solar, singura diferență fiind înclinarea axei de rotație a "Pământului B" față de ecliptică – în acest sistem valoarea este $\varepsilon = 37°50'$

1. (**1p**) Pentru un observator de la Polul Nord al Pământului nostru, cât durează o noapte polară? Ce durată va avea o noapte polară pentru un observator aflat la Polul Nord al Pământului B?

2. (**1p**) Pentru un observator de la Polul Nord de pe Pământul B, care este înălțimea maximă pe care o poate atinge Soarele pe parcursul unui an?

3. (**4 x 0,5p**) Pe Pământul nostru există unele paralele speciale:

   (a) Cercul polar artic sau de nord
   (b) Cercul polar antartic sau de sud
   (c) Tropicul racului sau tropicul de nord
   (d) Tropicul capricornului sau tropicul de sud

   La ce latitudini se găsesc aceste paralele speciale? Alegeți din lista de mai jos ce fenoment se întâmplă la fiecare paralelă.

   (A) Soarele ajunge la zenit în iunie
   (B) Soarele ajunge la zenit în decembrie
   (C) Există fenomenul de "noapte albă" în iunie
   (D) Există fenomenul de "noapte albă" în decembrie

4. (**1,5p**) Pentru Pământ B, la ce latitudine se va întâmpla fenomenul corespunzător cercului polar artic?

5. (**1,5p**) Pentru Pământ B, la ce latitudine se va întâmpla fenomenul corespunzător tropicului capricornului?

6. (**3p**) Pentru Pământ B, Soarele trece prin punctul vernal pe 21 martie. Longitudinea ecliptică a Soarelui variază constant în timp. Care vor fi declinația și ascensia dreaptă a Soarelui pe 1 mai?

Barem

1. Pentru un observator de la Polul Nord al Pământului nostru, noaptea polară durează 6 luni. **(0,5p)**
   Înclinarea axei nu afectează durata, așa că pentru observatorul de la Polul Nord al Pământului B, noaptea polară va avea aceeași durată - 6 luni. **(0,5p)**

2. La Polul Nord de pe Pământul B înălțimea maximă pe care o poate atinge Soarele pe parcursul unui an este egală cu delinația maximă pe care o poate avea Soarele. Declinația maximă are valoarea înclinării axei de rotație a Pământului față de ecliptică, în acest caz este $37°50'$. **(1p)**

3. Paralele speciale:

   (a) Cercul polar artic sau de nord - latitudine $66°34'$N **(0,25p)** - C) Există fenomenul de "noapte albă" în iunie **(0,25p)**

   (b) Cercul polar antartic sau de sud - latitudine $66°34'$S sau $-66°34'$ **(0,25p)**- D) Există fenomenul de "noapte albă" în decembrie **(0,25p)**

   (c) Tropicul racului sau tropicul de nord - latitudine $23°26'$N **(0,25p)** - A) Soarele ajunge la zenit în iunie **(0,25p)**

   (d) Tropicul capricornului sau tropicul de sud - latitudine $23°26'$S sau $-23°26'$ **(0,25p)**- B) Soarele ajunge la zenit în decembrie.**(0,25p)**

4. Latitudinea φ corespunzătoare cercului polar de nord pe Pământ B se calculează ultilizând condiția ca Soarele să nu apună pentru minim o noapte ($h_{min} \geq 0$) atunci când Soarele are declinația maximă:
   $h_{min} = \delta - 90° + \varphi$

   $0 = \delta - 90° + \varphi$ **(0,75p)**

   $\varphi = 90° - \delta$

   $\varphi = 90° - 37°50' = 52°10'$ **(0,75p)**

5. Latitudinea φ corespunzătoare tropicului capricornului pe Pământ B se calculează ultilizând condiția ca Soarele să ajungă la zenit când Soarele are delinația minimă.

   $\varphi = \delta_{min}$ **(0,75p)**

   $\varphi = -37°50'$

   sau

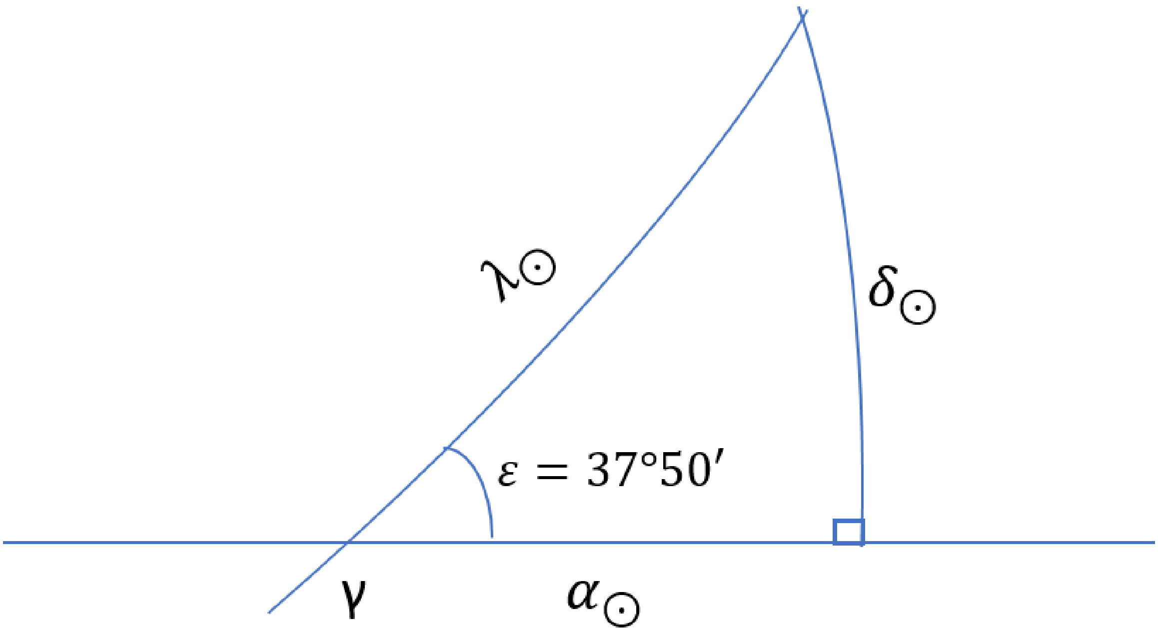
   $\varphi = 37°50' S$ **(0,75p)**

6. Între 21 martie și 1 mai sunt $10 + 30 + 1 = 41$ zile. **(0,5p)**

   Longitudinea ecliptică a Soarelui va fi atunci:

   $\lambda_{\odot} = \frac{360°}{365} \times 41 = 40.44°$ **(0,5p)**

Din triunghiul sferic dreptunghic din figură format de ecuator, ecliptică și



proiecția Soarelui pe ecuator putem scrie relația:

$$\frac{\sin(\lambda_\odot)}{sin(90°)} = \frac{sin(\delta_\odot)}{sin(\varepsilon)}$$

$sin(\delta_\odot) = sin(40.44°) \times sin(37°50')$ **(0,5p)**

$\delta_\odot = 23.44°$ **(0,5p)**

$cos(\lambda_\odot) = cos(\delta_\odot)cos(\alpha_\odot) + sin(\delta_\odot)sin(\alpha_\odot)cos(90°)$ **(0,5p)**

$cos(\lambda_\odot) = cos(\delta_\odot)cos(\alpha_\odot)$

$cos(\alpha_\odot) = \frac{cos(\lambda_\odot)}{cos(\delta_\odot)}$

$cos(\alpha_\odot) = \frac{cos(40.44°)}{cos(23.44°)}$

$\alpha_\odot = 33.95° = 2.26\ ore \approx$ 2 ore 16 minute **(0,5p)**

Se acceptă răspunsuri $\pm 10\ minute$.

Soluțiile care consideră variația uniformă a lui $\alpha_\odot$ nu primesc puncte.

Problema 2 Triunghi de corpuri care se rotesc în spațiul cosmic (10 puncte)

Trei corpuri identice de masă M sunt plasate în spațiul cosmic, fixate în vârfurile unui triunghi echilateral de latură $l = 6 \cdot 10^{-7}\, R_P$ unde R_P este raza Pământului. Datorită atracției universale dintre corpuri, acestea evoluează pe o orbită circulară circumscrisă triunghiului echilateral, cu o perioadă de 3 ori mai mică decât perioada unui satelit staționar al Pământului care orbitează la înălțimea $H = 5 \cdot R_P$ față de suprafața Pământului. Calculați masa M a unui corp. Se cunoaște masa Pământului $M_P = 5,97 \cdot 10^{24}$kg.

Barem

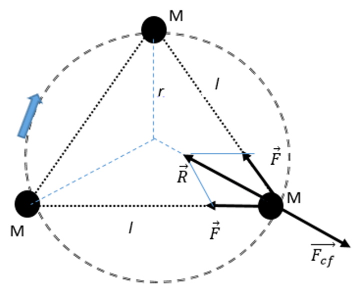


Figura **(1p)**

Condiția de stabilitate a unuia dintre corpuri în sistemul de referință propriu este ca valoarea rezultantei forțelor de atracție din partea celorlalte două să fie egală cu valoarea forței centrifuge.

$\vec{R} = -\vec{F}_{cf}, \quad R = F_{cf}$ **(1p)**

Forța de atracție dintre 2 din corpuri:

$F = \frac{KM^2}{l^2}$ **(1p)**

$R = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F \cdot F \cos 60^\circ} = F\sqrt{3}$ **(1p)**

$F_{cf} = M\omega^2 r = M\omega^2 \frac{l}{\sqrt{3}}$ **(1p)**

Condiția de echilibru devine:

$3KM = \omega^2 l^3$, unde $\omega = \frac{2\pi}{T}$

T fiind perioada de rotație a sistemului de corpuri pe orbita circumscrisă triunghiului echilateral. **(1p)**

Pentru satelitul staționar al Pământului, condiția de echilibru în sistemul propriu de referință este tot egalitatea dintre forța de atracție cu Pământul și forța centrifugă. Fie m masa satelitului, M_P – masa Pământului și T_s perioada de rotație a satelitului în jurul Pământului.

$\frac{KM_P m}{(R_P+H)^2} = m\omega_s^2(R_P + H), \quad H = 5R_P KM_P = 216R_P^3\omega_s^2$ **(1p)**

Cum

$T = \frac{T_s}{3} \implies \omega = 3\omega_s, \quad \omega^2 = 9\omega_s^2$ **(1p)**

Facând raportul între cele două condiții de echilibru:

$\frac{3KM}{KM_P} = \frac{l^3\omega^2}{216R_P^3\omega_s^2} = \frac{(6\cdot10^{-7}R_P)^3\cdot9\omega_s^2}{216R_P^3\omega_s^2}$ **(1p)**

Rezultat final: $M = 3\cdot10^{-21}M_P = 17190$ kg **(1p)**

Problema 3 Cygnus (10 puncte)

În seara zilei de 14 septembrie, un elev a observat imaginea stelei Deneb ($\alpha\, Cyg$, $\alpha = 20h41m25,9s$, $\delta = +45°16'49"$), în oglinda apei dintr-o fântână. Știind că distanța până la stea este de aproximativ 2000 ani lumină, determinați:

a) **(1p)** Paralaxa stelei

b) **(1,5p)** Latitudinea geografică a locului

c) **(2,5p)** Timpul legal în momentul observației, cunoscând longitudinea locului de observație $L = 24,1519°$ și ecuația timpului $\eta = -5\, min$.

Continuând observațiile asupra constelației Lebăda (Cygnus), elevul studiază steaua Albireo ($\beta\, Cyg$), care este de fapt o stea dublă, componenta sa mai strălucitoare având magnitudinea aparentă $3,2$ iar cealaltă $5,4$ fiind separate de 34 de secunde de arc. Determinați:

d) **(3,5p)** Magnitudinea aparentă a sistemului format din steaua β_1 ($m_1 = 3,2$) și componenta β_2 ($m_2 = 5,4$).

e) **(1,5p)** Se pot vedea distinct cele două componente cu ochiul liber? Se cunoaște lungimea de undă a culorii galben – verzui $\lambda = 550\, nm$ și diametrul pupilei ochiului uman $d = 3\, mm$.

Barem

a) $p = 1/d \approx 0,00163"$ **(1p)**

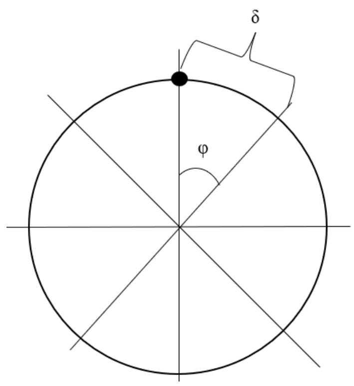
b) $\varphi = \delta = 45°16'49"$ **(1,5p)**

c) $T_l = 12 + H + \eta - L + 3$ **(0,5p)**

$\eta = -5\, min,\ L = 1h43min$

$\alpha + H = \alpha_S + H_S$ **(0,5p)**

$tg\alpha = tg\lambda \cdot cos\varepsilon$ **(0,2p)**



$\lambda = \frac{84}{93} \cdot 90° = 81,29\circ \Rightarrow \alpha = 90° + 80,52\circ = 6h + 5,37h = 11,37h$ **(0,3p)**

$H = 9,32h \Rightarrow T_l = 22h37min$ **(1p)**

d) $\frac{E_2}{E_1} = 2,5^{m_1 - m_2} = 0,13321$ **(1p)**

$\frac{E}{E_1} = 2,5^{m_1 - m}$ **(0,5p)**

$E = E_1 + E_2 \Rightarrow \frac{E_1+E_2}{E_1} = 2,5^{m_1 - m} \Rightarrow 1 + \frac{E_2}{E_1} = 2,5^{m_1 - m}$ **(1p)**

$1,13321 = 2,5^{3,2-m} \Rightarrow m = 3,06$ **(1p)**

e) $\theta = \frac{1,22\,\lambda}{d} = 2,237 \cdot 10^{-4}\,rad = 46,13" > 34"$, deci nu se văd distinct cu ochiul liber. **(1,5p)**

Subiectul III   Hartă Mută (30 puncte)

Barem

1. Trasați meridianul locului și cercul de circumpolaritate. **[3p]**
   - meridian **1,5p**
   - cercul de circumpolaritate **1,5p**
2. Identificați și marcați corespunzător punctele cardinale și zenitul. **[3p]**
   - N, S, E, V, Z: **0,6p x 5**
3. Determinați latitudinea locului. **[3p]**
   - $\varphi = 45° \pm 1°$
4. Marcați pe hartă și numiți constelațiile zodiacale vizibile pe hartă. **[3p]**
   - **0,25p** (denumire) + **0,25p** (identificare pe hartă)
   - Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra
5. Identificați și marcați pe hartă stelele triunghiului de iarnă și scrieți denumirea populară a stelelor care îl formează. **[3p]**
   - **0,5p** marcare + **0,5p** denumire pentru fiecare stea

- stelele componente: Betelgeuse (C), Procyon (A), Sirius (B)

6. Trasați și identificați ecuatorul ceresc și ecliptica. **[3p]**

- ecuatorul ceresc **1,5p**
- ecliptica **1,5p**

7. Identificați punctul vernal sau autumnal, vizibil pe hartă, marcându-l corespunzător (♈ pentru punctul vernal sau ♎ pentru punctul autumnal). **[3p]**

- identificare pe hartă 1,5p
- marcare corespunzătoare (♈ sau ♎) **1,5p**

8. Trasați almucantaratul stelelor αVirginis, respectiv αGeminorum. **[3p]**

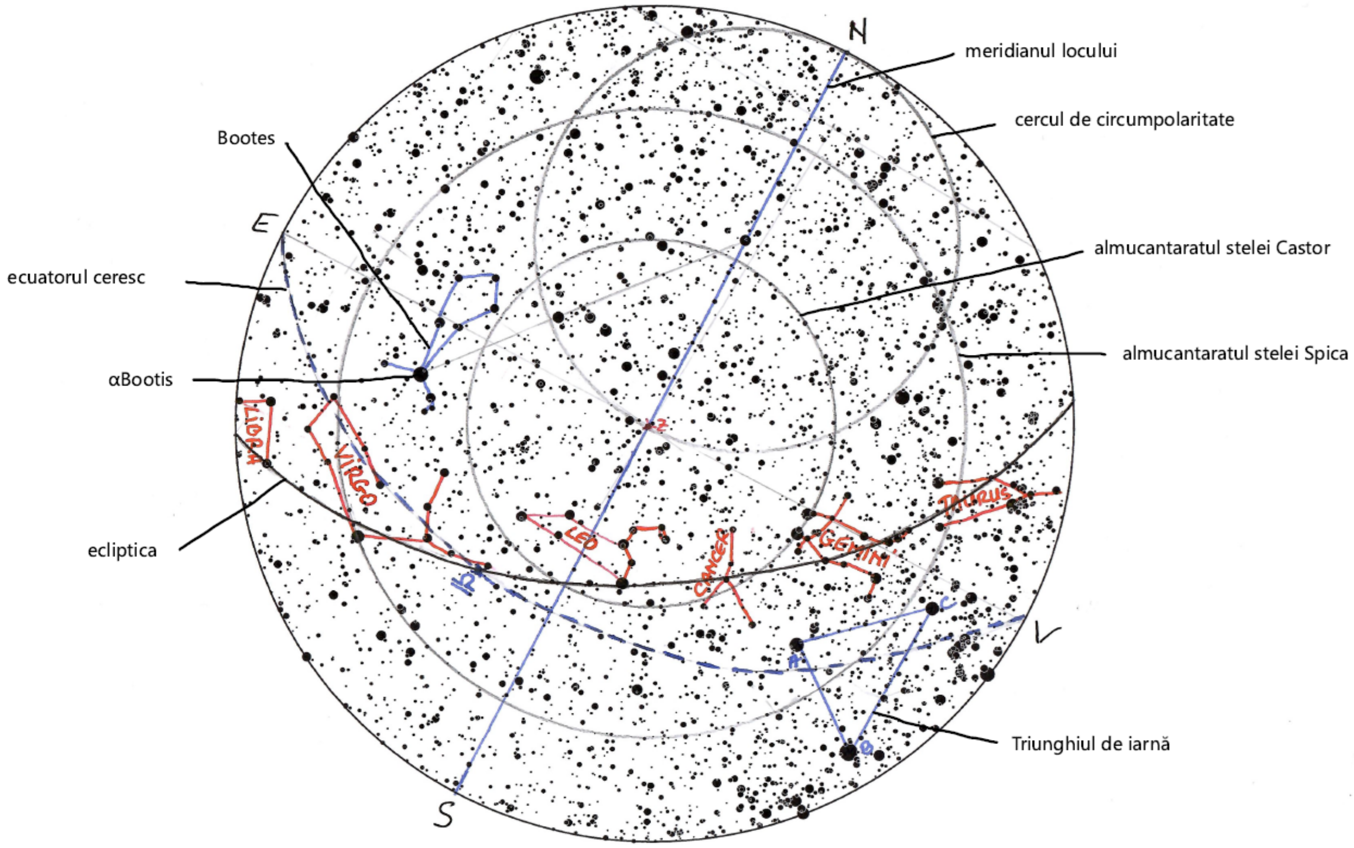
- almucantaratul stelei αVirginis (Spica) **1,5p**
- almucantaratul stelei αGeminorum (Castor) **1,5p**

9. Identificați steaua α, marcând-o pe hartă și scriind denumirea ei precum și constelația din care face parte, aflată între cele două almucantarate, la E de Spica, și la o distanță unghiulară de 73° de Polaris.. **[3p]**

- αBootis-Arcturus: marcare pe hartă **1p**, denumire **0,5p**
- constelația Bootes: marcare pe hartă **1p**, denumire **0,5p**

10. Aflați peste cât timp va culmina steaua αBootis. **[3p]**

- $2h40min \pm 20min$


N
S
E
V
meridianul locului
cercul de circumpolaritate
almucantaratul stelei Castor
almucantaratul stelei Spica
Bootes
ecuatorul ceresc
αBootis
ecliptica
Triunghiul de iarnă
LIBRA
VIRGO
LEO
CANCER
GEMINI
TAURUS